

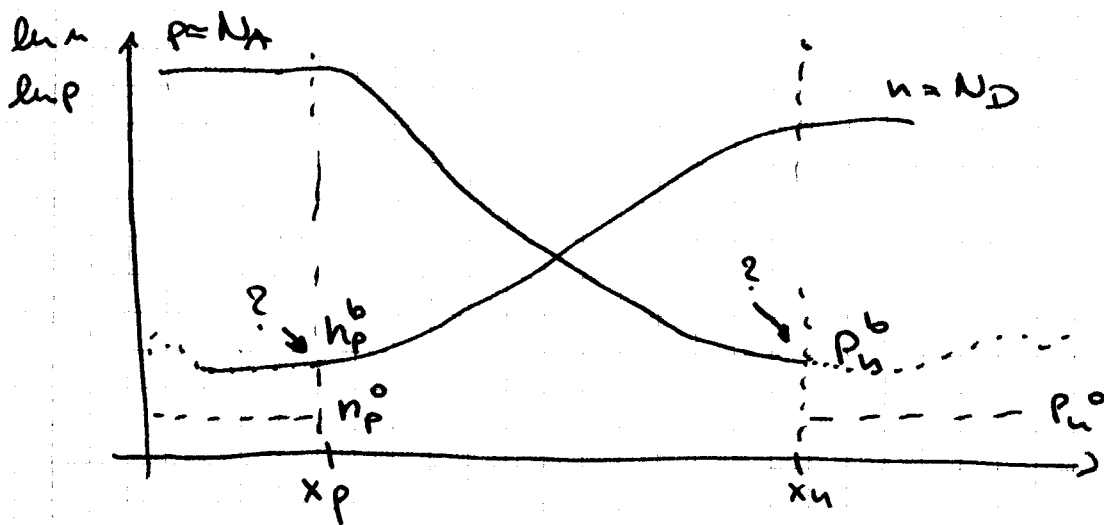
3.4.2 Carrier Injection

Zunächst noch eine Bemerkung zu unserer Berechnung der Verarmungszone: legt man zusätzlich noch eine Spannung V_a an die Diode an, so muss man lediglich in unseren Ausdrücken

$$\psi_0 \rightarrow \psi_0 - V_a \quad \text{ersetzen.}$$

In diesem Abschnitt wollen wir die Konzentration der Ladungsträger am Rande der Verarmungszone ~~bere~~ als Funktion der Bias-Spannung V_a berechnen.

Wir wollen also folgende Größen berechnen:



Wenn der Bias = 0 ist kennen wir die Lösung.

Wir wissen daß

$$\psi = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2} = e^{\psi_0/q/kT} \Rightarrow \frac{n_i^2}{N_A N_D} = e^{-\frac{\psi_0 q}{kT}}$$

Und somit

$$p_n^{b=0} = p_n^0 \approx \frac{n_i^2}{N_D} = p_p^0 \exp\left(-\frac{q\psi_0}{kT}\right)$$

$$n_p^{b=0} = n_p^0 \approx \frac{n_i^2}{N_A} = n_n^0 \exp\left(-\frac{q\psi_0}{kT}\right)$$

In der Verarmungszone liegen starke Konzentrationsgradienten und E-Felder vor. Der Netto Strom ist dagegen sehr klein, d.h. die beiden Beiträge zur Stromdichte löschen sich fast vollständig aus, was unsere Näherung II ist:

$$q \mu_n p f \approx q D_n \frac{dp}{dx} \quad ; \quad D_n = \frac{kT}{q} \mu_n$$

$$\Rightarrow p \mu_n f \approx \frac{dp}{dx} \frac{kT}{q} \mu_n \Rightarrow f \approx \frac{kT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx}$$

$$= \frac{kT}{q} \frac{d \ln p}{dx}$$

und da $\frac{dV}{dx} = -f$, ergibt sich bei Integration

über die ganze Verarmungszone

$$\psi_0 - V_a = - \frac{kT}{q} \int_{x_p}^{x_n} \frac{d \ln p}{dx} = + \frac{kT}{q} \ln \frac{p_p(x_p)}{p_n(x_n)}$$

oder aber

$$p_n(x_n) = p_p(x_p) e^{-q\psi_0/kT} e^{qV_a/kT}$$

Unsere Näherung III ist nun, daß wir nur Fälle betrachten wollen, in denen die Minoritätenladungsträger wesentlich seltener sind als die Majoritätsträger, sowie die Ladungsfreiheit am Punkt (x_p) und (x_n) gilt:

$$p_p(x_p) = N_A + \underbrace{n_p(x_p)}_{\text{klein}} \approx p_p^0 \approx p_n^0 e^{q\psi_0/kT}$$

$$\Rightarrow p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV_a/kT} = \frac{n_i^2}{N_D} e^{qV_a/kT}$$

$$n_p(x_p) = n_p^0 e^{qV_a/kT} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{qV_a/kT}$$

In Worten: Die Konzentrationen der Minderheitladungsträger am Rande der Verarmungszone steigen exponentiell mit der angelegten Spannung.
Auf Englisch heißt dies "Minority-carrier injection".

Wir haben nun beinahe alles zusammen, um die Solarzelle zu beschreiben. Was uns noch fehlt ist die Feststellung, daß im quasi-neutralen Bereich außerhalb der Verarmungszone der Fluß der Minderheitladungsträger großteils diffusiv erfolgt:

Minderheitladungsträger außerhalb der Verarmungszone fließen auch ausschließlich durch Diffusion, was unsere Näherung IV bedeutet:

$$J_{eh} \approx -q D_h \frac{dp}{dx}$$

(in der quasi-neutralen Region des n-Halbleiters)

$$J_{ep} \approx q D_e \frac{du}{dx}$$

(in der quasi-neutralen Region des p-Halbleiters)

~~4.3.~~

3.4.3. Die Solarzelle bei Dunkelheit

Bevor wir die Solarzelle bei Dunkelheit berechnen, wollen wir nochmals kurz die Ergebnisse soweit zusammenfassen:

- Die Diode läßt sich in eine Verarmungszone und einen quasi-neutralen Rest aufteilen
- Die Konzentration der Minderleitendungsträger hängt exponentiell von der angelegten Spannung ab
- Minoritäten in dem quasi-neutralen Regionen fließen mittels Diffusion.

Nun wollen wir die Konzentrationen und schließlich die Ströme in der ganzen Diode berechnen.

Auf der p-Seite:

$$* \quad J_n = -q D_n \frac{dp}{dx} \quad (*)$$

die Kontinuitätsgleichung sagt zusätzlich

$$\frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} = -(U - G)$$

mit $G = 0$ im Dunkeln. Ableiten von * ergibt dann:

$$\frac{dJ_n}{dx} = -q D_n \frac{d^2 p}{dx^2} = -q (U - G)$$

$$\Rightarrow D_n \frac{d^2 p_n}{dx^2} = U = \underbrace{U(p_n^0)}_{=0} + \underbrace{\frac{dU}{dp}}_{=\frac{1}{\tau_n}} (p_n - p_n^0)$$

da $\frac{d^2 p_n^0}{dx^2} = 0$ kann man setzen

$$\frac{d^2 p_n}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} (p_n - p_n^0), \text{ und somit}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (p_n - p_n^0) = \frac{1}{L_d^2} (p_n - p_n^0) \quad ; \quad \underbrace{L_d^2 = \tau D_n}_{\text{Diffusionslänge}}$$

Die obige Gleichung hat die allgemeine Lösung

$$(p_n - p_n^0) = A e^{(x-x_n)/L_d} + B e^{-(x-x_n)/L_d}$$

Da $(p_n - p_n^0)$ ~~transf~~ nicht divergieren und für $x \rightarrow \infty$ folgt $A=0$.

Außerdem wissen wir, daß $p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV/kT}$ ist.

Also:

$$p_n(x) = p_n^0 + B e^{-(x-x_n)/L_d}$$

$$\text{und } p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV/kT} = p_n^0 + B e^{-(x-x_n)/L_d}$$

$$\Rightarrow B = [e^{qV/kT} - 1]$$

$$\Rightarrow p_n(x) = p_n^0 + p_n^0 [e^{qV/kT} - 1] e^{-(x-x_n)/L_d}$$

genz ähnlich folgt

$$n_p(x) = n_p^0 + n_p^0 [e^{qV/kT} - 1] e^{-(x_p-x)/L_d}$$

für die Regionen außerhalb des Intervalls $[x_p, x_n]$

In Worten: die Minderheitensdopantsträger-Konzentrationen fallen außerhalb der Verarmungszone exponentiell gegen die Gleichgewichtswerte.

Nun da wir die Konzentrationen kennen, können wir die Ströme berechnen:

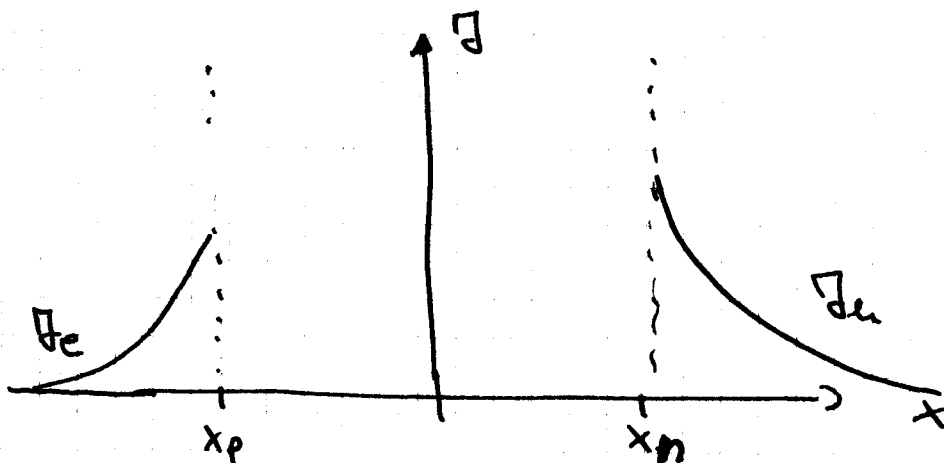
In den quasi-neutralen Regionen ist der Strom des Minoritätsträger diffusiv:

$$J_{e1} = -q D_{e1} \frac{dp}{dx} \quad (\text{n-Seite})$$

$$\Rightarrow J_{e1} = \frac{q D_{e1} p_0}{L_{e1}} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-x/L_{e1}}$$

und gleichmaßen auf der p-Seite:

$$J_{e2} = \frac{q D_{e2} n_0}{L_{e2}} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x_p - x)/L_{e2}}$$



In der Versarmungszone gilt mittels der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{1}{q} \frac{dJ_e}{dx} = U - G = -\frac{1}{q} \frac{dJ_h}{dx}$$

Die Änderungen der Ströme von einer Seite der Versarmungszone zur anderen sind:

$$\delta J_e = |\delta J_h| = q \int_{x_p}^{x_n} (U - G) dx$$

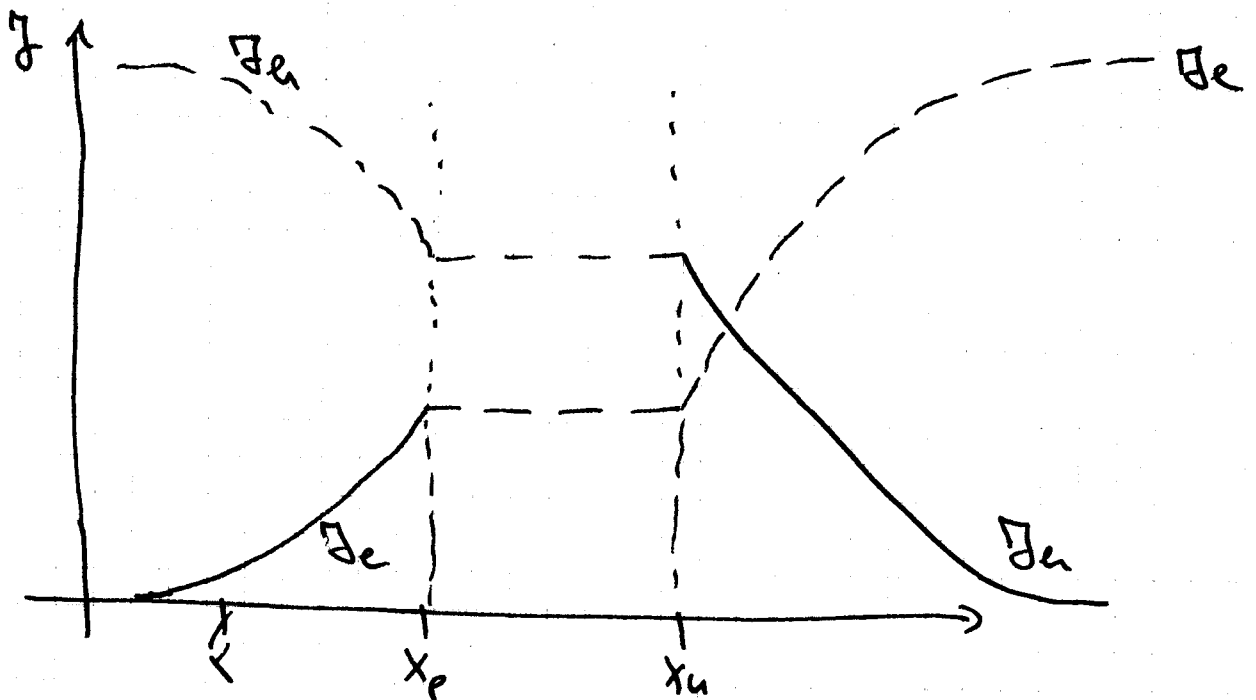
Nun ist $(x_n - x_p) \ll L_{e1}$ und L_{e2} , d.h.

die charakteristische Zerfallslänge von J ist viel größer als die Verarmungszone und deshalb das Integral ≈ 0 (das Intervall ist sehr klein).

Da wir nun die Ströme in der Verarmungszone kennen, kennen wir auch den Gesamtstrom:

$$\begin{aligned}
 J_{\text{total}} &= J_e(x_p) + J_h(x_p) \\
 &= J_e(x_p) + J_h(x_n) \\
 &= \left[\frac{q D_e n_p^0}{L_e} + \frac{q D_h p_n^0}{L_h} \right] (e^{qV/kT} - 1)
 \end{aligned}$$

Da sich der ^{Gesamt-}Strom nicht mit der Position x verändert kennen wir somit ~~den~~ die Aufteilung der Ströme in der gesamten dunklen Solarzelle:



Wir haben hiermit das Gesetz einer idealen Diode
hergeleitet, nämlich

$$I = I_0 \left[e^{qV/kT} - 1 \right]$$

und insbesondere den Sättigungsstrom I_0 :

$$I_0 = A \left[\frac{qD_n n_i^2}{L_n N_A} + \frac{qD_p n_i^2}{L_p N_D} \right]$$

einer Diode mit Fläche A .

3.4.4 Die beleuchtete Solarzelle

Bescheinigt man eine Solarzelle, so erzeugt man Elektron-Lochpaare mit der Erzeugungsrate G . Wir wollen vereinfachend annehmen, daß G eine Konstante ist, d.h. sich nicht mit der Tiefe innerhalb der Solarzelle ändert, d.h. $G(x) = G = \text{const}$. Das ist natürlich nicht wirklich richtig, weil kurzwelliges Licht nahe der Oberfläche absorbiert wird, während Licht nahe der Backkante tief eindringt.

Wir müssen nun einfach die Ableitung der dunklen Zelle leicht modifizieren. Bei der dunklen Zelle hatten wir

$$J_n = -q D_n \frac{dp}{dx} \quad \text{und} \quad \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} = - (U - \frac{G}{\bar{D}_n})$$

man also einfach $G \neq 0$:

$$\frac{d^2}{dx^2} (p_n - p_n^0) = \frac{p_n - p_n^0}{L_n^2} - \underbrace{\frac{G}{\bar{D}_n}}_{=\text{const}}$$

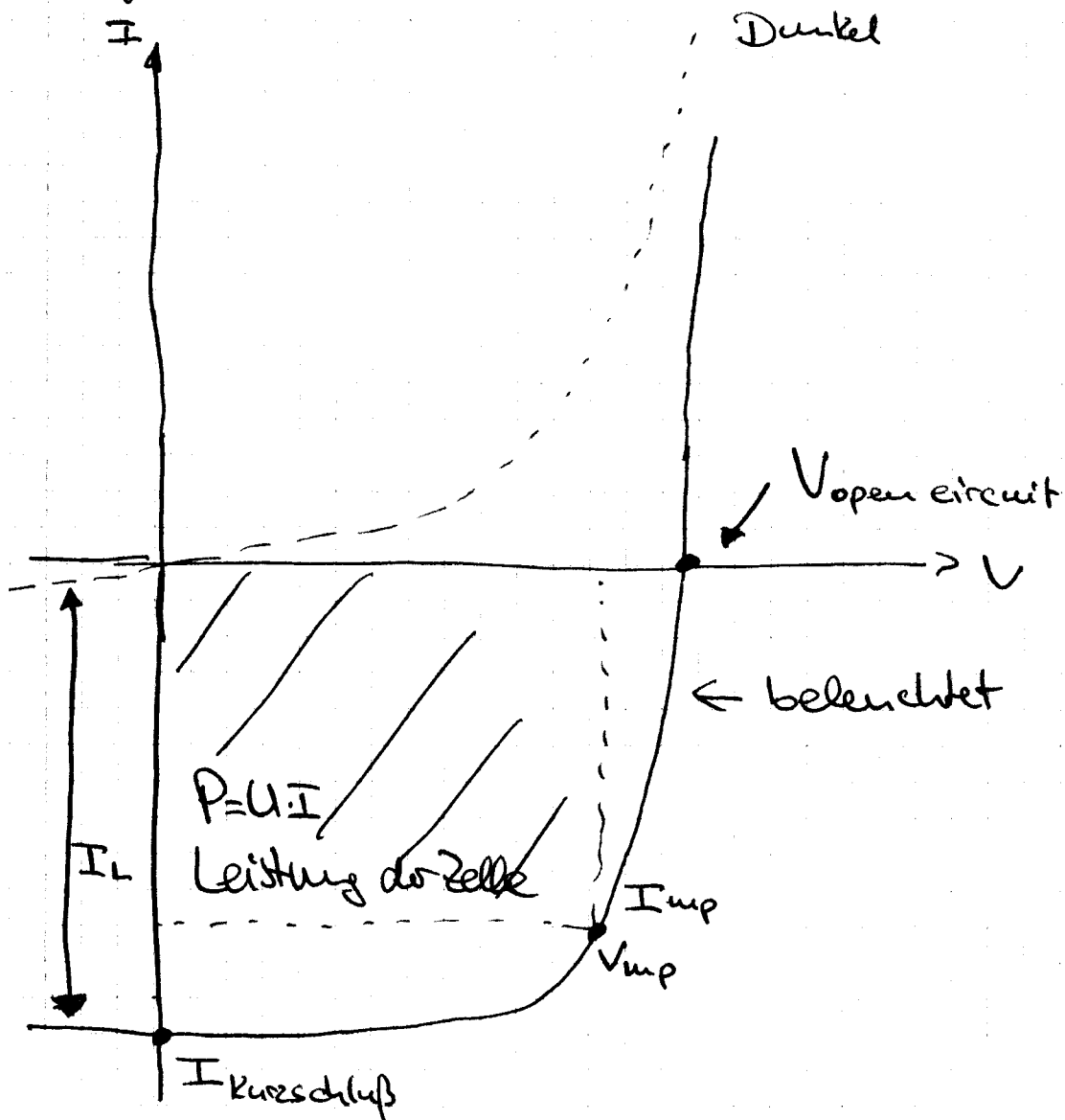
Die allgemeine Lösung sieht sich dadurch durch um eine Konstante:

$$(p_n - p_n^0) = G \bar{\tau}_n + C_1 e^{(x-x_n)/L_n} + C_2 e^{-(x-x_n)/L_n}$$

$$\Rightarrow I = I_0 (e^{qV/kT} - 1) - I_L$$

$$\text{mit } I_L \equiv qAG (L_e + W + L_h)$$

und A ist die Fläche der Solarzelle. Da L_e und L_h die Diffusionslängen sind, stehen wir, daß zum Strom der beleuchteten Zelle e^- -Loch Paare beitragen, die in der Versarmungszone sowie eine Diffusionslänge auf beiden Seiten der Zone erzeugt werden. Sichert ein "verknüpfte" Ergebnis.



Wiederum fordern wir: $p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV/kT}$
und $G=0$

$$\Rightarrow p_n(x) = p_n^0 + G\tau_{eh} + D e^{-(x-x_n)/L_h}$$

$$p_n^0 e^{qV/kT} = p_n(x_n) = p_n^0 + G\tau_{eh} + D e^0 \Rightarrow D = p_n^0 + G\tau_{eh} + p_n^0 e^{qV/kT}$$

$$\Rightarrow p_n(x) = p_n^0 + G\tau_{eh} + p_n^0 \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x-x_n)/L_h}$$

$$\Rightarrow p_n(x) = p_n^0 + G\tau_{eh} + \left[p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - G\tau_{eh} \right] e^{-(x-x_n)/L_h}$$

Der Strom hängt wie zuvor von $\frac{dp}{dx}$ ab, also

$$\left(J_{eh} = \frac{qD_n p_n^0}{L_h} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x-x_n)/L_h} \text{ herleiten...} \right)$$

$$J_{eh} = -qD_n \frac{dp}{dx}$$

$$= \left[p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - G\tau_{eh} \right] \frac{-1}{L_h} e^{-(x-x_n)/L_h} (-qD_n)$$

$$= \left\{ \frac{qD_n}{L_h} p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - qG \frac{\tau_{eh} D_n}{L_h} \right\} e^{-(x-x_n)/L_h}$$

$$= \left\{ \frac{qD_n}{L_h} p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - qG L_h \right\} e^{-(x-x_n)/L_h}$$

Wiederum vernachlässigen wir Rekombination in der Verarmungszone, nicht aber die Erzeugung:

$$|\delta J_{eh}| = |\delta J_{eh}| = qGL_h$$

ist Änderung bei Übergang durch Verarmungszone

3.4.5 Wichtige Kenngrößen von Solarzellen

Es werden für gewöhnlich drei Kenngrößen zur Charakterisierung der Leistung einer Zelle angegeben.

Erstens die des Kurzschlussstrom I_{sc} . Idealerweise ist dieser gleich dem Strom welcher durch Lichteinfall erzeugt wird. Zweitens die Leerlaufspannung V_{oc} .

Setzt man idealisiert $I = I_0 (e^{qV/kT} - 1) - I_L = 0$

V_{oc} so findet man

$$V_{oc} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{I_L}{I_0} + 1 \right)$$

Die Leistung der Zelle ist gleich der Fläche im IV. Quadranten der $I-U$ Kurve. ~~Es~~ ^{Sie} wird

maximal bei einer Kombination aus I_{imp} und V_{imp} (oder anders gesagt: $\frac{\partial P}{\partial V} \Big|_{V_{imp}} = \frac{\partial P}{\partial I} \Big|_{I_{imp}} = 0$)

Der dritte Parameter ist der sogenannte Füllfaktor FF , der angibt wie "rechteckig" die Ausgangs-Charakteristik der Zelle im $I(V)$ Diagramm ist, d.h. welchen Prozentsatz von $P_{rechteck} = V_{oc} I_{sc}$ man unter kann:

$$FF = \frac{V_{imp} I_{imp}}{V_{oc} I_{sc}}$$

Der Wirkungsgrad der Zelle ist natürlich

$$\eta = \frac{V_{imp} I_{imp}}{P_{in}} = \frac{V_{oc} I_{sc} FF}{P_{in}}$$

mit P_{in} der Eingangsleistung der Strahlung.

Für Geld kann man zur Zeit Zellen mit 21% Wirkungsgrad kaufen. Typisch sind aber 14-18%.

3.4.6 Effizienzgrenzen der Solarzelle

Als obere Grenze des Kurzschlussstromes gilt sicherlich die Annahme, daß alle Photonen mit $E_{\gamma} > E_g$ ein e^- -Loch Paar erzeugen, welches zum Strom beiträgt (siehe Folie)

Die Leerlaufspannung hängt wiederum vom Dioden Sättigungsstrom I_0 ab. I_0 muß möglichst klein sein. Für Silizium ergibt sich $V_{oc} \approx 700mV$.

Ausserdem hängt n_i^2 von Halbleitermaterial ab:

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

Und eine gute Schätzung für I_0 als Funktion von E_g ist dann

$$I_0 = 1.5 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad A/cm^2$$

Da $V_{oc} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_L}{I_0} + 1\right)$ folgt daraus, daß:

V : E_g größer $\rightarrow I_0$ kleiner $\rightarrow V_{oc}$ größer

I : E_g größer $\rightarrow I_{sc}$ kleiner (weniger Photonen haben $E_{\gamma} > E_g$!)

Woraus man sieht, daß es ein Optimum geben muß. (Folie)

Der Hauptgrund für die den niedrigen Wirkungsgrad der Solarzelle ist, daß für alle γ mit $E_\gamma > E_g$ nur die Energie E_g verwertbar ist. Dies limitiert die maximal mögliche Effizienz alleine schon auf 44%.

Doch es kommt noch schlimmer: Wie wir gesehen haben wird hiervon nur die Spannung 700mV für Silizium erzeugt, obwohl die ladungsträger $E_g \approx 1.1$ eV Energie erhalten hatten (plus die vorgekauften $E_\gamma - E_g$!) d.h. es bleibt davon auch nur maximal

$$qV_{oc}/E_g \approx \frac{0.7}{1.1} \approx 60\% \quad \text{für Silizium}$$

Die käuflich zu erwerbenden Zellen mit 21% Wirkungsgrad sind somit schon sehr sehr gut!